

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS COMPUTACIONAIS DE ANÁLISE DE CURVAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Paulo de Sá Filho

Doutorando em Educação pela UnB, Mestre em EPT (IFGoiano). Professor do SENAI (Goiás)

E-mail: prof.paulo@hotmail.com.br

Theófilo Machado de Sousa Neto

Mestre em Matemática (UFG). Professor do Estado de Goiás e do SENAI (Goiás)

E-mail: eng_elet_theo@hotmail.com

Marco Antônio de Carvalho

Doutor em Educação (PUC-Goiás), Pós-doutor (Universitat Autònoma de Barcelona)

Professor Titular do Instituto Federal Goiano

E-mail: marco.carvalho@ifgoiano.edu.br

RESUMO

O presente artigo apresenta ferramentas computacionais que, aplicadas na educação básica, oferecem auxílio aos estudos de funções, além de incentivar os alunos a realizarem a análise de dados empíricos. Apresenta-se o estudo de caso realizado em turma de terceiro ano do ensino médio. Utilizam-se os Softwares Qtiplot e Calc para a manipulação dos dados obtidos de forma empírica no experimento proposto, onde a resistência elétrica é obtida através da variação de parâmetros elétricos específicos. Os dados experimentais encontrados durante a atividade prática foram, a princípio, organizados em gráficos que não seguem critérios matemáticos, uma vez que os estudantes se basearam somente em seus conhecimentos prévios sobre o assunto, levando-os a resultados estimados divergentes dos valores experimentais. Em seguida, são apresentados os softwares matemáticos para o auxílio na análise gráfica, permitindo a construção gráfica com rigor matemático e precisão, levando a dados estimados próximos aos encontrados experimentalmente. Nota-se maior empenho dos alunos com utilização das ferramentas computacionais propostas, tendo em vista, resultados obtidos com menor esforço algébrico, fator este que os incentivou a continuar aplicando as novas competências desenvolvidas.

PALAVRAS-CHAVE: Ferramentas computacionais. Prática experimental. Análise gráfica. Análise de dados. Ensino.

APPLICATION OF COMPUTATIONAL CURVES ANALYSIS TECHNIQUES IN BASIC EDUCATION

ABSTRACT

The present article presents computational tools that, applied in basic education, offer assistance to the studies of functions besides encouraging the students to carry out the analysis of empirical data. We present a case study carried out in a group of third year of high school. The Qtiplot and Calc software are used to manipulate the data obtained in an empirical way in the proposed experiment, where the electrical resistance is

obtained through the variation of specific electrical parameters. The experimental data found during the practical activity were initially organized in graphs that did not follow mathematical criteria, where the students based only their previous knowledge on the subject, leading them to estimated results divergent from the experimental values. Next, the mathematical software is presented to aid in graphical analysis, allowing graphic construction with mathematical rigor and precision, leading to estimated data close to those found experimentally. It is noteworthy that students had greater commitment to using the proposed computational tools, in view of the results obtained with less algebraic effort, which encouraged them to continue applying the new skills developed.

KEYWORDS: Computational tools. Experimental practice. Graphical analysis. Data analysis. High school.

INTRODUÇÃO

Finalizados os estudos fundamentais exigidos pelo sistema educacional de ensino, o aluno ingressante no Ensino Médio, através da disciplina de Matemática estudada no decorrer de sua vida escolar, deve ter obtido subsídios suficientes para construir seus saberes matemáticos básicos, os quais servem como âncora para os demais conteúdos que são apresentados nesta nova etapa de ensino.

A falta de aplicação imediata de tais conhecimentos faz com que grande parte dessas informações caia em descrédito (Rezende e Mesquita, 2013; Pacheco, et al., 2017). Diante disso, estruturou-se uma proposta que apresentou aos estudantes os softwares computacionais, voltados a cálculos algébricos e construções gráficas, possibilitando aos alunos concentrarem suas atenções nos resultados alcançados e nas análises a serem feitas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a interdisciplinaridade não é vista como a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas uma forma de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista (Brasil, 2000).

Seguindo a visão dos PCNs, o experimento realizado na disciplina de Física, que será relatado neste trabalho, tem como proposta apresentar como softwares podem contribuir para a aplicação dos conhecimentos matemáticos de análise de dados, reforçando o ensino de matemática e áreas afins, uma vez que se deixa o foco dos

cálculos exaustivos, para se preocupar com as discussões e análises dos dados refinados matematicamente (Brasil, 2000).

No estado de Goiás, o currículo mínimo é quem define os conteúdos básicos que cada disciplina tem que se pautar ao longo do ano letivo, com isso, prevê-se para o segundo bimestre do ensino médio na disciplina Física, os estudos dos conteúdos de eletrodinâmica, que é justamente a área de conhecimento que se estuda as grandezas elétricas tensão, corrente, resistência e potência elétrica (Goiás, 2018).

Como a proposta do experimento é determinar a grandeza de resistência elétrica de uma forma não abordada nos livros didáticos, uma vez que os materiais atualmente desenvolvidos não abordam a resistência elétrica como uma grandeza que está em função da temperatura (Halliday, Resnick e Walker 2003), encontra-se o terreno fértil para a aplicação dos conhecimentos matemáticos de ajuste de curvas, na obtenção do entendimento do comportamento real da grandeza mencionada.

Partindo do pressuposto que os alunos desenvolveram anteriormente, as competências relacionadas à resolução de cálculos matemáticos necessários para a plotagem dos gráficos, a grande pergunta que nos permeia é: Por que grande parte dos estudantes do ensino médio tem dificuldade para tratar dados experimentais e realizar esboço de gráficos, se ambos já dominam os conhecimentos exigidos para tal fim?

Como proposta de responder esta pergunta, realizamos um estudo de caso, onde são apresentadas aos alunos, ferramentas computacionais capazes de simplificar cálculos matemáticos exaustivos e de construir gráficos no plano cartesiano através de pontos colhidos experimentalmente e, por fim, interligá-los através de curvas definidas pelo método de ajuste de regressão por mínimos quadrados.

Assim, apresentamos aos alunos as técnicas da regressão por mínimos quadrados, que contêm conhecimentos que lhes auxiliarão bastante na compreensão de teorias apresentadas por outras disciplinas, como Física e Química, que trabalham com dados experimentais de difícil manipulação.

METODOLOGIA

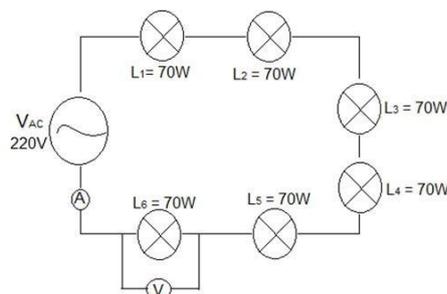
Inicia-se a inserção dos estudos de ajuste de curvas através de um experimento prático do cálculo da resistência elétrica da lâmpada incandescente de 70W/220V. A

atividade é desenvolvida em uma turma de 3º ano do Ensino Médio ao longo de 6 aulas, de 50 minutos, cada. Utilizam-se as duas primeiras aulas para a coleta dos dados experimentais, na terceira aula apresenta-se o método numérico de regressão polinomial, usando um polinômio do segundo grau. A quarta e a quinta utilizam-se para realizar tratamento matemático dos dados experimentais. Na sexta aula, realiza-se o desfecho do experimento, com as estimativas de valores através das curvas de regressão, adquiridas através dos dados experimentais, a fim de compará-los com os valores colhidos experimentalmente.

Como apoio ao desenvolvimento dos cálculos matemáticos, utiliza-se o pacote Calc do Software LibreOffice (LibreOffice, 2019), ferramenta gratuita e acessível à escola por se encontrar instalada nos laboratórios de informática. Para o esboço gráfico, a partir dos dados experimentais colhidos, utiliza-se a ferramenta Qtiplot (Vasilief e Besch, 2019), outro software também gratuito, executável, que além de ser de fácil manipulação no momento da representação gráfica dos pontos propostos, também apresenta a lei de formação do polinômio de regressão que descreve a curva.

O estudo de caso é desenvolvido com a turma de 3º ano do Ensino Médio, do Colégio Estadual João Carneiro dos Santos. Participam do projeto vinte e seis alunos, divididos em um total de 8 grupos, dos quais 6 grupos possuem 3 alunos cada e 2 grupos, 4 alunos cada. Inicia-se a primeira aula montando o kit didático da Figura 1 e separando os instrumentos de medição utilizados para colher as grandezas tensão e corrente elétrica. Na sequência, os alunos recebem o roteiro da aula experimental, com o passo a passo de como proceder para a coleta dos dados e seus respectivos tratamentos.

Figura 1. Kit para medição da resistência de uma lâmpada incandescente



Fonte: SOUSA NETO, 2018.

Com a montagem do kit didático, espera-se a obtenção de valores discretos de tensão e corrente elétrica, que de acordo com a 1ª Lei de Ohm, a queda de tensão em cada lâmpada, será dada pela tensão total de alimentação, dividida pela quantidade de cargas expostas em série no circuito e, a corrente elétrica será a razão da tensão de alimentação pela resistência equivalente do circuito, que por se tratar de um circuito série, será a mesma para todas as lâmpadas (Barreto, 2016).

Do kit didático da Figura 1, medem-se na lâmpada L6 as grandezas tensão e corrente elétrica, em seguida trocando a lâmpada L1 por um condutor de cobre com resistência desprezível, realizam-se novamente as medições de tensão e corrente na lâmpada L6 e, assim, seguem com as medições substituindo todas as demais lâmpadas por condutores de cobre, até que por fim sobre somente a lâmpada L6.

Na sequência, deve-se retornar à Figura 1 e trocar as lâmpadas L1 e L2 por lâmpadas de 120W/220V, com esta nova configuração do circuito, deve-se realizar a medição das grandezas corrente e tensão elétrica na lâmpada L6, esta última porém, somente o professor orientador do experimento deve conhecê-la, a fim de que os alunos não fiquem tentados a estimar tal valor, por já conhecer seu valor real.

Prosseguindo com o objetivo de tratar os dados experimentais a fim de conseguir estimar um correto valor para a corrente elétrica da lâmpada L6, na configuração onde as lâmpadas L1 e L2 foram substituídas por lâmpadas de 120W/220V, solicita-se que os alunos tracem o gráfico da tensão versus corrente, sem usar para isso nenhum tipo de software e, em seguida, estime o valor da tensão da lâmpada, tomando por base somente a curva traçada através de seus conhecimentos matemáticos prévios.

Depois da determinação da grandeza de tensão elétrica através do gráfico traçando manualmente, usando as técnicas de regressão polinomial apresentada pelo professor, ajusta-se um polinômio do segundo grau aos dados experimentais colhidos e estima-se um valor para a tensão, usando a corrente medida na segunda configuração do circuito, que é quando as cargas L1 e L2 são substituídas por lâmpadas de 120W/220V.

Nesse momento da atividade, insere-se o Software Calc (Librioffice, 2020), para isso, os alunos são conduzidos ao laboratório de informática da escola e orientados na utilização do programa, que os auxilia nos cálculos algébricos e na resolução do sistema de equações lineares 3x3, oriundo do método de ajuste de curvas, por regressão linear, através das técnicas dos mínimos quadrados para polinômios de grau 2.

Na sequência, esboça-se o gráfico a partir dos dados experimentais, utilizando o Software Qtiplot, que com as devidas orientações do professor, permite realizar o traçado da curva, usando o polinômio de grau 2, pelas técnicas de regressão por mínimos quadrados, onde se obtém a lei de formação do gráfico, permitindo a comparação entre a equação aqui gerada e a equação obtida através do método algébrico desenvolvidos, usando o Software Calc.

Por fim, com a determinação da equação de regressão polinomial, faz-se novamente a estimativa da grandeza de tensão elétrica, para o caso do circuito com as lâmpadas de 120W/220V e compara os valores com os obtidos pelo método algébrico usando o Calc, com a estimativa do gráfico manual e com o valor colhido experimentalmente, que estava em posse do professor.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Resistência elétrica

Pode-se entender como a resistência elétrica a dificuldade que o material oferece à passagem da corrente elétrica (Barreto, 2016). Este fenômeno acontece porque os elétrons livres, ao se movimentarem, não conseguem evitar os choques com os núcleos fixos dos demais átomos do material no interior do condutor e, também os choques com outros elétrons que fazem parte da nuvem de elétrons que seguem o fluxo da corrente. Essa grandeza se relaciona com as grandezas tensão e corrente elétrica através de uma relação matemática conhecida como 1º Lei de Ohm (Gussow, 2009).

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

Onde: R é a resistência elétrica do material (Ω , Ohm); U é a tensão elétrica (V, Volt); I é a corrente elétrica (A, Ampère).

Por intermédio de sua primeira Lei, o Físico Georg Simon Ohm afirma que para uma temperatura constante, a relação entre tensão e corrente elétrica para alguns tipos de materiais é sempre constante. Mas, como vimos na definição da grandeza de resistência elétrica, a própria passagem da corrente elétrica gera calor no meio condutor

através dos choques consecutivos de suas partículas elementares, sendo assim, essa produção instantânea de calor acaba elevando a temperatura do material, fazendo com que a relação entre tensão e corrente elétrica deixe de ser linear, passando agora a depender do fator temperatura.

A fórmula utilizada para se determinar a resistência elétrica de um material sujeito a altas variações de temperatura é:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]. \quad (2)$$

Onde: R_0 é a resistência do material em temperatura ambiente; T é temperatura instantânea do material ao longo do processo de condução de corrente; T_0 é a temperatura ambiente; α é o coeficiente de temperatura (Halliday, Resnick e Walker 2003).

Uma observação que vale ressaltar sobre a equação (2) é que o coeficiente de temperatura também não é um valor constante que depende somente do material, o mesmo oscila com variações de temperatura acima de dezenas de graus, isso faz com que a precisão na determinação da grandeza de resistência elétrica aumente muito, a ponto de tornar inviável sua discussão no ensino básico (Halliday, Resnick e Walker 2003).

Regressão Polinomial para polinômio de Grau 2

As definições apresentadas neste texto foram retiradas da referência (Chapra, 2008. pp. 366 – 469).

Ajustar curvas através do método de regressão quadrática por mínimos quadrados, consiste em descrever a equação da curva:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + e. \quad (3)$$

Onde e é o erro cometido ao se aproximar o ponto da curva pelo polinômio de grau 2. Como o objetivo é minimizar o erro o máximo possível, procedemos determinando a soma dos quadrados do erro que é definido por SR:

$$S_R = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2. \quad (4)$$

Para minimizar a equação (4) derivamos em relação a cada um de seus coeficientes e igualamos o resultado a zero, conforme segue:

$$\begin{cases} \frac{\partial S_R}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) = 0, \\ \frac{\partial S_R}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) = 0, \\ \frac{\partial S_R}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Este sistema pode ser reorganizado em outro de equações lineares com variáveis em a_0 , a_1 e a_2 . A fim de ficar mais didático, o somatório que variam de $i=1$ a n , terá seus índices suprimidos.

$$\begin{cases} n a_0 + \sum x_i a_1 + \sum x_i^2 a_2 = \sum y_i, \\ \sum x_i a_0 + \sum x_i^2 a_1 + \sum x_i^3 a_2 = \sum x_i y_i, \\ \sum x_i^2 a_0 + \sum x_i^3 a_1 + \sum x_i^4 a_2 = \sum x_i^2 y_i, \end{cases} \quad (6)$$

Logo, determinar o polinômio de regressão por mínimos quadrados de grau 2, consiste em resolver o sistema (6), onde n é número de pontos a serem ajustados à curva. Para se determinar o erro-padrão, basta resolver a equação (7).

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_R}{n-3}}. \quad (7)$$

A divisão por $n - 3$ se justifica, pois, perdemos 3 graus de liberdade ao calcular os valores dos três coeficientes de SR.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As medições de tensão e corrente na lâmpada L6 para as diversas configurações do circuito série da Figura 1, medida por cada grupo de alunos envolvidos na pesquisa, seguem na Tabela 1. Percebe-se que as tensões na lâmpada L6 aumentam de forma gradativa até que atinja o valor máximo da fonte de alimentação, isso só é possível por

que se trata de um circuito série e no mesmo, a tensão da fonte se divide igualmente para cada carga, já que ambas têm resistências iguais.

Tabela 1. Resultados das medições realizadas pelos alunos

| | | | | | | | |
|-------------------------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Experimento do grupo 01 | Corrente (A) | 0,122 | 0,131 | 0,148 | 0,170 | 0,213 | 0,313 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 52 | 70 | 105 | 210 |
| Experimento do grupo 02 | Corrente (A) | 0,123 | 0,134 | 0,151 | 0,175 | 0,216 | 0,325 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 52 | 69 | 108 | 212 |
| Experimento do grupo 03 | Corrente (A) | 0,128 | 0,134 | 0,151 | 0,171 | 0,217 | 0,313 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 51 | 72 | 104 | 212 |
| Experimento do grupo 04 | Corrente (A) | 0,122 | 0,132 | 0,151 | 0,171 | 0,201 | 0,320 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 52 | 69 | 109 | 208 |
| Experimento do grupo 05 | Corrente (A) | 0,123 | 0,133 | 0,149 | 0,172 | 0,210 | 0,311 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 52 | 69 | 104 | 208 |
| Experimento do grupo 06 | Corrente (A) | 0,124 | 0,134 | 0,150 | 0,171 | 0,213 | 0,320 |
| | Tensão (V) | 35 | 42 | 53 | 71 | 107 | 213 |
| Experimento do grupo 07 | Corrente (A) | 0,124 | 0,135 | 0,152 | 0,176 | 0,214 | 0,324 |
| | Tensão (V) | 37 | 44 | 55 | 73 | 104 | 213 |
| Experimento do grupo 08 | Corrente (A) | 0,123 | 0,131 | 0,146 | 0,171 | 0,212 | 0,314 |
| | Tensão (V) | 35 | 45 | 52 | 69 | 104 | 209 |

Fonte: SOUSA NETO, 2018

Verifica-se pequenas variações nos valores de tensões e correntes medidas pelos grupos, o esperado eram valores iguais para todas as medições, porém essa discrepância pode ser justificada pelo fato das fontes de tensão que alimentam os circuitos não terem valores fixos, pelo fato de que as lâmpadas, por mais que sejam de valores nominais iguais, têm pequenas variações físicas construtivas e, pelo fato de os aparelhos de medição apresentarem imprecisões em suas medições.

De forma a realizar uma discussão mais completa dos dados experimentais colhidos, analisa-se os dados e os resultados fornecidos pelo grupo 3. Na sequência, trata-se os dados de cada grupo como repetições de um mesmo experimento e, com isso, investiga-se a média dos dados colhidos. A Tabela 2, apresenta os dados colhidos pelo grupo 3.

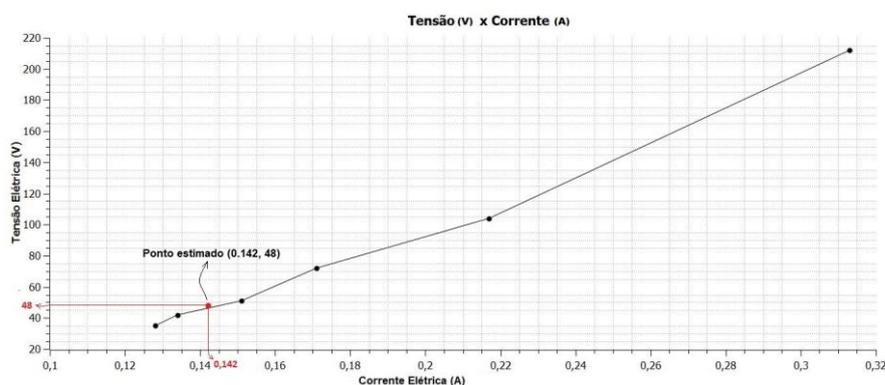
Tabela 2. Resultados das medições realizadas pelo grupo 3

| Grupo 03 | |
|--------------|------------|
| Corrente (A) | Tensão (V) |
| 0,128 | 35 |
| 0,134 | 42 |
| 0,151 | 51 |
| 0,171 | 72 |
| 0,217 | 104 |
| 0,313 | 212 |

Fonte: SOUSA NETO, 2018

A partir dos dados da Tabela 2, usa-se o Software Qtiplot para o lançamento dos pontos no plano cartesiano e, através dos conhecimentos matemáticos prévios do grupo adquiridos pelos estudos de matemática das séries iniciais da educação básica (Goiás, 2020), traça-se o gráfico e estima o valor de tensão em 48V para a corrente de 0,142A, esta corrente é medida na configuração do kit da Figura 1, quando se troca as lâmpadas L1 e L2 de 70W/220V por lâmpadas de 120W/220V. O gráfico traçado no Software Qtiplot juntamente com o ponto estimado segue na Figura 2.

Figura 2. Representação gráfica dos dados da Tabela 2 realizada no Qtiplot.



Fonte: SOUSA NETO, 2018

Em seguida, instruem-se os grupos de alunos sobre como usar o método da regressão polinomial do segundo grau, auxiliando-os na obtenção dos parâmetros matemáticos necessários para se encontrar os coeficientes do polinômio de regressão, usando para o cálculo dos somatórios e das médias constantes no sistema (6), o Software Calc. Os resultados seguem na Tabela 3.

Tabela 3. Parâmetros dos dados experimentais colhidos pelo grupo 3

| | | |
|----------------------|-------------------------|-----------------------------|
| $m = 2$ | $\sum i_i = 1.114$ | $\sum i_i^4 = 0.013781$ |
| $n = 6$ | $\sum U_i = 516$ | $\sum i_i U_i = 119.045$ |
| $\bar{x} = 0.185667$ | $\sum i_i^2 = 0.23144$ | $\sum i_i^2 U_i = 30.26248$ |
| $\bar{y} = 86$ | $\sum i_i^3 = 0.053829$ | |

Fonte: SOUSA NETO, 2018

Com os parâmetros calculados, monta-se o sistema abaixo:

$$\begin{bmatrix} 6 & 1.114 & 0.23144 \\ 1.114 & 0.23144 & 0.053829 \\ 0.23144 & 0.053829 & 0.013781 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 516 \\ 119.045 \\ 30.26248 \end{bmatrix}$$

O sistema é resolvido através de planilhas elaboradas para resolução de sistemas 3x3 usando o Software Calc, onde se obtém os coeficientes: $a_0=-17,4902079$, $a_1=213,0100431$ e $a_2=1657,656668$. Logo, a equação quadrática por mínimos determinada através dos dados colhidos pelo grupo 3, é:

$$U(i)=-17,4902079+213,0100431.i+1657,656668.i^2 \quad (3)$$

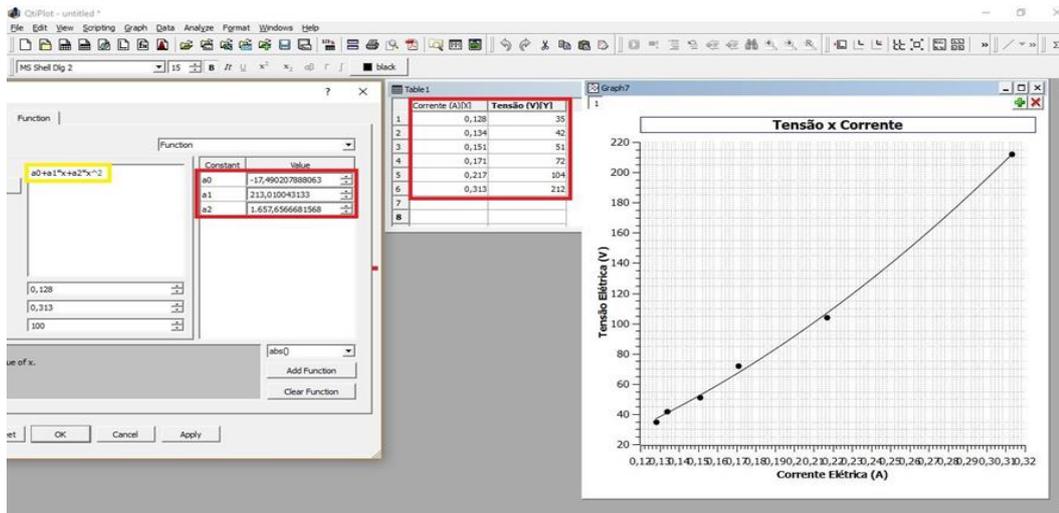
O erro padrão de se aproximar os dados experimentais por um polinômio de grau 2 é de $S_{U/i} = 3,481694$. Através do polinômio de regressão é possível determinar a tensão elétrica para a corrente de 0.142A, o resultado segue:

$$U(0,142)=-17,490207+213,010043 \times 0,142+1657,656668 \times 0,142^2=46,182207V.$$

Comparando o valor estimado pelo grupo, através apenas do gráfico traçado que por sua vez foi de 48V, com o valor experimental colhido pelo professor para a corrente de 0,142A, que é de 46V, obtém-se um erro de 2V, este erro é bem maior do que quando compara o valor estimado pelo método de regressão polinomial, que é de 46,182207V com o valor do colhido no experimento, que está na faixa de 0,182207V.

Na sequência, usando o Software Qtiplot, inserem-se os dados experimentais e usando o comando de ajuste polinomial para um polinômio de grau 2, encontram-se, conforme segue na Figura 3, não somente os coeficientes do polinômio de regressão, como também o traçado da curva de regressão.

Figura 3. Uso do Qtiplot para determinação da curva de regressão polinomial.



Fonte: SOUSA NETO, 2018

Apresentamos na Tabela 4, os valores médios das correntes e tensões apresentados na Tabela 1. Essa análise tem como objetivo verificar o experimento antes distribuído em 8 grupos, como um todo, onde cada medição de um grupo qualquer passa a representar repetições de ensaios de um mesmo experimento, sendo assim, o valor médio é uma boa representação dos valores medidos em 8 ensaios distintos.

Tabela 4. Valores médios de tensões e correntes colhidos experimentalmente

| Medições | Corrente elétrica média (A) | Tensão elétrica média (V) |
|------------|-----------------------------|---------------------------|
| Medição 01 | 0,123625 | 35,250 |
| Medição 02 | 0,133000 | 42,625 |
| Medição 03 | 0,149750 | 52,375 |
| Medição 04 | 0,172125 | 70,250 |
| Medição 05 | 0,212000 | 105,625 |
| Medição 06 | 0,317500 | 210,625 |

Fonte: SOUSA NETO, 2018

Usando os pontos da Tabela 5 no Software Qtiplot, determinamos os coeficientes da regressão quadrática $a_0=-32,58556809$, $a_1=407,0652371$ e $a_2=1131,993185$. Assim, temos a equação quadrática determinada pelo método dos mínimos quadrados é:

$$U(i)=-32,58556809+407,0652371i+1131,993185i^2. \quad (4)$$

O erro padrão de se aproximar os dados experimentais por um polinômio de grau 2 é de $S_{U/i} = 1,25665$. A Tabela 5 apresenta os valores das correntes e tensões medidas por cada grupo de alunos e seus respectivos valores médios, no circuito em série da Figura 1, quando trocamos as lâmpadas L1 e L2 por lâmpadas de 120W/220V.

Tabela 5. Valores de correntes e tensões medidos experimentalmente por cada grupo.

| Medições | Corrente elétrica (A) | Tensão elétrica (V) |
|------------|-----------------------|---------------------|
| Medição 01 | 0,140 | 46,2 |
| Medição 02 | 0,140 | 46,0 |
| Medição 03 | 0,142 | 46,0 |
| Medição 04 | 0,140 | 46,1 |
| Medição 05 | 0,136 | 46,1 |
| Medição 06 | 0,136 | 46,2 |
| Medição 07 | 0,139 | 46,1 |
| Medição 08 | 0,136 | 46,0 |
| Média | 0,138625 | 46,0875 |

Fonte: SOUSA NETO, 2018

Usando o valor médio dentre as correntes medidas na tabela acima, podemos estimar o valor da tensão pela equação quadrática, como segue:

$$U(0,138625) = -32,58556809 + 407,0652371 \times 0,138625 + 1131,993185 \times 0,138625^2 = 45,59723962V.$$

Quando se compara os resultados obtidos através dos valores médios das 8 medições, verifica-se resultados próximos do valor experimental, com um erro real absoluto de 0,40276038V, observa-se que o erro real é menor que o erro padrão fornecido pelo polinômio de regressão determinado para o ajuste desses dados, esse fato traz confiabilidade ao método, já que o erro real é bem representado pelo erro do processo de regressão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como exposto nos PCNs, o ensino médio no Brasil está mudando (Brasil, 2000). Diante desta realidade, o Ministério da Educação juntamente com os professores da Educação Básica, tem buscado definir um novo perfil para o currículo. Esta proposta

consiste em apresentar significados ao conhecimento escolar, através da contextualização, interdisciplinaridade e a desfragmentação do ensino.

Os resultados dessas seis aulas não poderiam ter sido melhores, os alunos que participaram do projeto, abraçaram bem a causa, gostaram de participar das aulas práticas e de verem a Física acontecer de uma forma bem dinâmica. A visão que permeava a maioria dos alunos de que os conhecimentos sobre função, plano cartesiano e pares ordenados eram desnecessários e sem nenhuma aplicação prática, rapidamente mudou quando passaram a conhecer o método de regressão linear, e de como tal método é capaz de estimar valores a partir de dados já conhecidos.

Embora o método se utilize de um processo matemático cansativo, o mesmo foi bem aceito, quando apresentado através das ferramentas computacionais Calc, que auxiliou na parte dos cálculos matemáticos, bem como na organização dos dados em tabelas e Qtiplot, que plotou os dados no plano cartesiano e determinou a curva de regressão. Com o desfecho da atividade, percebemos que os alunos conseguiram assimilar bem a técnica da regressão quadrática que usamos no experimento. Além de desenvolverem bem os cálculos com a ajuda das ferramentas computacionais, conseguiram compreender como os softwares e as novas tecnologias podem se tornar um poderoso aliado nas atividades experimentais.

Diante dessa nova realidade, a aplicação de técnicas computacionais de análise de curvas na educação básica, mostrou-se eficiente, pois foi possível notar maior empenho dos alunos com a utilização das ferramentas computacionais utilizadas, tendo em vista, resultados obtidos com menor esforço algébrico, fator este que os incentivou a continuar aplicando as novas competências desenvolvidas. Assim, estando em consonância com o novo perfil de aluno existente no ensino médio e com a nova proposta da Educação Básica brasileira.

REFERÊNCIAS

BARRETO, F. B.; Silva C. X. **Física aula por aula: eletromagnetismo, física moderna**. Coleção física aula por aula, 3º ano. 3º ed. São Paulo. Editora FTD, 2016.

BIANCHINI, Edwald; PACCOLA, Herval. **Matemática**. vol. 2. 1º ed. São Paulo - SP: Editora Moderna, 1990.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs): A reforma curricular e a organização do Ensino Médio**. Brasília -DF: MEC/SEF, 2000.

CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. **Métodos numéricos para engenharia**. McGraw-Hill, 2008. pp. 366 – 469.

GOIÁS, Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás**. Disponível em: <https://site.educacao.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/04/CurriculoReferencia.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2020.

GUSSOW, Milton. **Eletricidade básica: Coleção Schaum**. Bookman Editora, 2009.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física**, vol. 3: eletromagnetismo 6º ed., 2003. LTC editora, Rio de Janeiro.

LIBREOFFICE, The Document Foundation. **Calc do Software LibreOffice**. Disponível em: <https://pt.libreoffice.org/>. Acesso em: 05 abr. 2020.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzetti. **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio**. Disponível em: <https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/download/1612/806>. Acesso em: 05 abr. 2020.

RESENDE, Giovani; MESQUITA, Maria Da Gloria B. F. **Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG**. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/viewFile/9841/pdf>. Acesso em: 10 abr. 2020.

VASILIEF, Ion; BESCH, Stephen. **QtiPlot**. Disponível em: <https://www.qtiplot.com/index.html>. Acesso em: 05 abr. 2020.